

ГРУППЫ КЛАССОВ ОТОБРАЖЕНИЙ И ИХ ПОДГРУППЫ

А. А. ГАЙФУЛЛИН

Группа классов отображений ориентируемой двумерной поверхности S_g — это факторгруппа $\text{Mod}(S_g)$ группы сохраняющих ориентацию гомеоморфизмов поверхности на себя по подгруппе всех гомеоморфизмов, изотопных тождественному. Теория групп классов отображений замечательна тем, что она тесно связана с очень разными областями математики, в числе которых геометрия плоскости Лобачевского, группы кос, теория пространств модулей алгебраических кривых, трёхмерная топология, динамические системы, арифметические группы и многое другое.

В рамках спецкурса я постараюсь сосредоточиться на некоторых комбинаторных и гомологических свойствах групп классов отображений и их подгрупп (важнейшей из которых является подгруппа Торелли \mathcal{S}_g , состоящая из всех классов гомеоморфизмов, тривиально действующих на одномерных гомологиях поверхности), а также на их связях с инвариантами Рохлина и Кассона трёхмерных гомологических сфер.

Планируется обсудить примерно следующий набор тем (возможно, только некоторые из них):

- Теорема Дена–Нильсена–Бэра о связи группы классов отображений и группы внешних автоморфизмов фундаментальной группы поверхности.
- МММ-классы (классы Мамфорда–Миллера–Мориты) в когомологиях групп классов отображений.
- Действия групп классов отображений и их подгрупп на клеточных комплексах имеющих геометрическое происхождение: комплексе кривых, комплексе циклов и т. д.
- Порождающие групп классов отображений и групп Торелли.
- Инвариант Рохлина и гомоморфизмы Бирман–Крэггса $\mathcal{S}_g \rightarrow \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$.
- Гомоморфизм Джонсона и строение абелизации группы Торелли.
- Ядро гомоморфизма Джонсона и инвариант Кассона; алгебра Кассона–Мориты.

Предполагается, что слушателям курса знакомы понятия фундаментальной группы и группы одномерных гомологий поверхностей и их основные свойства. Также будет полезным (но не обязательным) некоторое предварительное знакомство с геометрией плоскости Лобачевского.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В. А. СТЕКЛОВА РАН