

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

М.О. Катанаев

В лекциях излагаются математические основы общей теории относительности. Изложение является продолжением курса «Геометрические методы в математической физике», который читался в течении семи весенних семестров 2008-2016 гг. (math-ph/1311.0733), но сделано, по возможности, независимым. Основное внимание будет уделено постановке задач, глобальным решениям, решению Шварцшильда и космологии.

Примерный план.

1. Дифференцируемые многообразия. Скалярное произведение (метрика). Параллельный перенос (связность). Аффинная геометрия. Геометрия Римана–Картана (кручение). Тензор кривизны.
2. Изометрии. Векторные поля Киллинга. Симметричные тензоры. Однородные и изотропные многообразия. Пространства постоянной кривизны.
3. Геодезические. Экстремали. Уравнения Гамильтона–Якоби для экстремалей. Нормальные координаты.
4. Принцип наименьшего действия. Первая и вторая теоремы Нетер. Эффективное действие. Редуцированное действие.
5. Гамильтонова динамика частиц со связями. Калибровочная модель нерелятивистской частицы. Частица в псевдоримановом пространстве.
6. Пространство-время. Метрика и гравитация. Действие Гильберта–Эйнштейна. Зависимость уравнений Эйнштейна. Постановка задач в общей теории относительности.
7. Точечные частицы в теории гравитации. Нерелятивистский предел. Теория гравитации Ньютона.
8. Сплошная среда в общей теории относительности. Выбор системы координат.
9. Гамильтонова формулировка общей теории относительности.
10. Скалярные и калибровочные поля.
11. Лоренцевы поверхности с одним вектором Киллинга. Диаграммы Картера–Пенроуза. Римановы поверхности с одним вектором Киллинга.
12. Сплетенные решения в общей теории относительности.
13. Решение Шварцшильда. Мост Эйнштейна–Розена.
14. Черные дыры.
15. Сплошная среда в космологических моделях.
16. Трехмерные пространства постоянной кривизны. Вселенная Фридмана.